

受験番号	
------	--

令和7年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

支援学校高等部 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

(2)(イ)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)と(2)(ア)は答えのみでよい。

3	得点	
---	----	--

(1)

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{6}, \quad \frac{\pi}{2} < \theta < 2\pi$$

(2) (ア)

$$A=2, \quad B=-1, \quad C=-3$$

(2) (イ)

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2 - 2x + 2)} dx &= \int_1^2 \left(\frac{2}{x-3} - \frac{x+3}{x^2 - 2x + 2} \right) dx \\ &= \int_1^2 \frac{2}{x-3} dx - \int_1^2 \frac{x+3}{x^2 - 2x + 2} dx \\ &= 2[\log|x-3|]_1^2 - \int_1^2 \frac{\frac{1}{2}(2x-2) + 4}{x^2 - 2x + 2} dx \\ &= 2(\log 1 - \log 2) - \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{2x-2}{x^2 - 2x + 2} dx - \int_1^2 \frac{4}{x^2 - 2x + 2} dx \\ &= -2\log 2 - \frac{1}{2} [\log|x^2 - 2x + 2|]_1^2 - 4 \int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2 + 1} dx \\ &= -2\log 2 - \frac{1}{2}(\log 2 - \log 1) - 4 \int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2 + 1} dx \\ &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4 \int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2 + 1} dx \end{aligned}$$

ここで

$$x-1 = \tan\theta \text{ とおくと}$$

$$dx = \frac{1}{\cos^2\theta} d\theta$$

x	1	→	2
θ	0	→	$\frac{\pi}{4}$

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2 - 2x + 2)} dx &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\tan^2\theta + 1} \cdot \frac{1}{\cos^2\theta} d\theta \\ &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \\ &= -\frac{5}{2}\log 2 - \pi \end{aligned}$$

受験番号

令和7年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

支援学校高等部 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

(2) (イ)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)と(2) (ア)は答えのみでよい。

4	得点	
---	----	--

(1)

$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	/
---------------------------	---

(2) (ア)

$f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$	/
----------------------------------	---

(2) (イ)

(ア)から、関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の増減表は				
x	0	...	e	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗	$\frac{1}{e}$	↘

となり、 $f(x)$ の最大値は $x = e$ のとき、 $\frac{1}{e}$ である。

よって、任意の正の数 t に対して

$\frac{\log t}{t} \leq \frac{1}{e}$ が成り立つ。

$$\log a^{\frac{1}{3a}} b^{\frac{1}{3b}} c^{\frac{1}{3c}} = \log a^{\frac{1}{3a}} + \log b^{\frac{1}{3b}} + \log c^{\frac{1}{3c}}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{\log a}{a} + \frac{\log b}{b} + \frac{\log c}{c} \right)$$

$$\leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{e} + \frac{1}{e} + \frac{1}{e} \right)$$

$$= \frac{1}{e}$$

ゆえに、 $a^{\frac{1}{3a}} b^{\frac{1}{3b}} c^{\frac{1}{3c}} \leq e^{\frac{1}{e}}$