

高等学校 数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	1 9 8 3 7 5
------	-------------

解答についての注意点

- 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 大問①～大問②については、マーク式解答用紙に、
大問③～大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 大問①～大問②については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

- 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- 問題の文中の「ア」、「イウ」などには、特に指示のないかぎり、符号(一、±)、数字(0～9)、又は文字(a～e)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例 「アイウ」に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に「ア」、「イウ」などが2度以上現れる場合、2度目以降は、「ア」、「イウ」のように細枠で表記します。

- 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで0にマークしてください。

例えば、「キ」. クケ に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

- 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

I

(1) 2次方程式 $x^2 + px + q = 0 \cdots \textcircled{1}$ 、2次方程式 $x^2 + qx + p = 0 \cdots \textcircled{2}$ とする。

①の2つの解に、それぞれ1を足したものが、②の解になるような

定数 p, q の値は、 $p = \boxed{\text{アイ}}$ 、 $q = \boxed{\text{ウエ}}$ であり、

①の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値は $\boxed{\text{オ}}$ 、

$\alpha^3 + \beta^3$ の値は $\boxed{\text{カキ}}$ 、 $\alpha^{10} + \beta^{10}$ の値は $\boxed{\text{クケコサ}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 5 : 4$ が成り立つとき、

$\cos A = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 、 $\sin A = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

また、この三角形の内接円の面積が 24π であるとき、

AB の長さは $\boxed{\text{ツテ}}$ で、 $\triangle ABC$ の面積は、 $\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

このとき、内接円の中心から AB に下ろした垂線と AB との交点を P とすると、

AP = $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

2

(1) a を実数とする 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x$ ($-1 \leq x \leq 1$) について、

$x = -a+1$ で最小値をとるのは、 $\boxed{\text{ア}} \leq a \leq \boxed{\text{イ}}$ のときである。

(2) 大、中、小の 3 つのさいころを投げて、出た目の数をそれぞれ a, b, c とする。

このとき、 $a+b+c=9$ となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ である。

ただし、さいころは 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(3) $\triangle ABC$ において、辺 AB を $5:4$ の比に内分する点を D 、辺 AC を $3:2$ の比に内分する点を E とする。線分 BE, CD の交点を P とし、直線 AP と線分 BC の交点を F とするとき、

$BF:FC = \boxed{\text{ク}} : \boxed{\text{ケ}}$ であり、 $\triangle PBC : \triangle ABC = \boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サシ}}$ である。

(4) 2^n が 20 桁の数となるような、正の整数 n の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(5) $a_n = n \left(\frac{1}{2}\right)^n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の、初項から第 n 項までの和を S_n とすると、

$S_n = \boxed{\text{セ}} - \frac{\boxed{\text{ソ}} + n}{\boxed{\text{タ}}^n}$ である。

(6) $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ のとき、 $|\vec{2a} - \vec{b}| = \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

また、 $\triangle OAB$ の垂心を H とするとき、 $\vec{OH} = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \vec{b}$ と表される。

(7) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、 $\frac{2\sin x + 2}{\cos x + 3}$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(8) 座標平面上の点 $(2, 5)$ を通る直線 l と曲線 $y = x^2 - 6x + 11$ とで囲まれた部分の面積が最小に

なるのは、直線 l の傾きが $\boxed{\text{ヒフ}}$ のときである。

3

(1) 「 n が正の整数であるとき、 n^2 が偶数ならば n は偶数である。」ことを用いて、

$\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

(2) 円 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$ の円周上を動く点を P とする。

2点 $A(0, 5)$, $B(0, -5)$ と点 P で三角形を作るとき、 $\triangle ABP$ の重心 G の軌跡を求めよ。

(3) $a_1=1$, $a_2=1$, $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4

関数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を導関数の定義に従って微分せよ。

(2) 関数 $g(x)$ を次のように定義する。 $(a, b$ は定数)

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 1) \\ (x-a)^3 + b & (x < 1) \end{cases}$$

(ア) $g(x)$ が $x=1$ で連続であるとき、定数 a, b の関係を式で表せ。

(イ) $g(x)$ が $x=1$ で微分可能となるよう、定数 a, b の値を求めよ。

